Exercise J-2

SUBJECTIVE / INTEGER TYPE QUESTIONS

BASED ON BASIC DEFINITIONS RELATED TO MATRIX

1. A is a square matrix of order n
l = maximum number of distinct entries if A is a triangular matrix
m = maximum number of distinct entries if A is a diagonal matrix
p = minimum number of zeroes if A is a triangular matrix
If $l + 5 = p + 2m$, find the order of the matrix :

। एक n कोटि का वर्ग आव्यूह है
l = भिन्न अवयवों की अधिकतम संख्या है यदि A त्रिभुजीय आव्यूह है
m = भिन्न अवयवों की अधिकतम संख्या है यदि A विकर्ण आव्यूह है
p = शून्यों की न्यूनतम संख्या है यदि A त्रिभुजीय आव्यूह है
; fn $l + 5 = p + 2m$ हो, तो आव्यूह की कोटि ज्ञात कीजिए :

Ans. 4

Sol. $\ell = 1 + 2 + 3 + ... + n \Rightarrow \ell = \frac{n(n+1)}{2} + 1$;

$m = n + 1 \qquad p = \frac{n(n-1)}{2}$

ALGEBRAIC OPERATIONS ON MATRICES

2. If, $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ and $F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ calculate the matrix product EF and FE and show that $E^2F + FE^2 = E$.

यदि $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो आव्यूह गुणन EF तथा FE ज्ञात कीजिये तथा सिद्ध कीजिये $E^2F + FE^2 = E$.

Ans. $EF = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, FE = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Sol. $\Rightarrow EF = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow FE = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. Find the value of x and y that satisfy the equations.

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y & y \\ x & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3y & 3y \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$$

समीकरण $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y & y \\ x & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3y & 3y \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$ को संतुष्ट करने वाले x और y के मान ज्ञात कीजिये।

Ans. $x = \frac{3}{2}, y = 2$

Sol. $3y - 2x = 3$

$2y + 4x = 0$

$3y - 2x = 3$

$y + 2x = 5$

$4y = 8 \Rightarrow y = 2 \; x = \frac{3}{2}$

4. If, $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then show that the maxtrix A is a root of the polynomial $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7x + 2$.

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ है तो सिद्ध कीजिए कि आव्यूह A बहुपद $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7x + 2$ का मूल है।

Ans.

Sol. $|A = \lambda| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & 2 \\ 0 & 2-\lambda & 1 \\ 2 & 0 & 3-\lambda \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \lambda^3 - 6\lambda^2 + 7\lambda + 2 = 0$

5. Consider the two matrices A and B where $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$. If n(A) denotes the number of elements in A such that n(XY) = 0, when the two matrices X and Y are not conformable for multiplication. If C = (AB)(B'A); D = (B'A)(AB) then, find the value of $\left(\dfrac{n(C)\left(|D|^2 + n(D) \right)}{n(A) - n(B)} \right)$.

दो आव्यूह A तथा B जहाँ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ पर विचार कीजिये। यदि n(A) आव्यूह A में अवयवों की संख्या को व्यक्त करता gSt ksbl i zdkj gSfd n(XY) = 0 जबकि दोनों आव्यूह X तथा Y का गुणनफल संभव नहीं है। यदि C = (AB)(B'A); क ३ ;ठ श ढ्ढ। ठ ढ्ढहैं, तो $\left(\dfrac{n(C)\left(|D|^2 + n(D) \right)}{n(A) - n(B)} \right)$ का मान ज्ञात कीजिये।

Ans. 650

Sol. n(A) = 4 ; n(B) = 2 ; n(C) = 4; n(D) = 1; |D| = 18

$$\frac{n(C)(|D|^2 + n(D))}{n(A) - n(B)} = \frac{4(18^2 + 1)}{2} = 650$$

SPECIAL TYPE OF MATRICES (NILPOTENT, IDEMPOTENT, INVOLUTARY, PERIODIC)

6. Define $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$. Find a vertical vector V such that $(A^8 + A^6 + A^4 + A^2 + I)V = \begin{bmatrix} 0 \\ 11 \end{bmatrix}$ (where I is the 2×2 identity matrix).

। ३ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो उर्ध्वाधर सदिश V का मान ज्ञात कीजिये जो इस प्रकार है कि $(A^8 + A^6 + A^4 + A^2 + I)V = \begin{bmatrix} 0 \\ 11 \end{bmatrix}$ हो। (जहाँ I, (2×2) कोटि का तत्समक आव्यूह है)

Ans. $V = V = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{11} \end{bmatrix}$

Sol. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$; $A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$

$(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4)\, I \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 11 \end{bmatrix}$

$(121) \quad \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 11 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/11 \end{bmatrix}$

7. If $\begin{bmatrix} a & b \\ c & 1-a \end{bmatrix}$ is an idempotent matrix. Find the value of f(a), where $f(x) = x - x^2$, when $bc = 1/4$. Hence otherwise evaluate a.

यदि $\begin{bmatrix} a & b \\ c & 1-a \end{bmatrix}$ एक वर्गसम (idempotent) आव्यूह है, तो f(a) का मान ज्ञात कीजिए , जहाँ $f(x) = x - x^2$ है, जबकि $bc = 1/4$ है, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. $f(a) = 1/4$, $a = 1/2$

Sol. $a^2 + bc = a$

$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{4} = a$

$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$

8. If the matrix A is involutary, show that $\frac{1}{2}(I + A)$ and $\frac{1}{2}(I - A)$ are idempotent and $\frac{1}{2}(I + A) \cdot \frac{1}{2}(I - A) = O$.

यदि आव्यूह A अन्तर्वलनीय (involutary) है, तो सिद्ध कीजिये $\frac{1}{2}(I + A)$ तथा $\frac{1}{2}(I - A)$ वर्गसम (idempotent) है तथा $\frac{1}{2}(I + A) \cdot \frac{1}{2}(I - A) = O$ है।

Ans.

Sol. $\frac{1}{4}(Z+A)(I+A)=\frac{1}{4}(I+A+A+A^2)=\frac{1}{2}(I+A)$

$\frac{1}{4}(I-A)(I-A)=\frac{1}{4}\left(I-A-A-A^2=\frac{1}{2}\right)(I-A)$

9. Show that the matrix $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ can be decomposed as a sum of a unit and a nilpotent marix. Hence evaluate the matrix $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}^{2007}$.

सिद्ध कीजिये आव्यूह $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ को इकाई आव्यूह तथा शून्यभावी (nilpotent) आव्यूह के योग के रूप में लिखा जा सकता है तथा $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}^{2007}$ का मान भी ज्ञात कीजिये।

Ans. $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 4014 & 1\end{bmatrix}$

Sol. $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 2 & 0\end{bmatrix}$

$A^{2007}=I+20078=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 2 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 4014 & 0\end{bmatrix}$

10. Let X be the solution set of the equation $A^x=I$, where $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\ 4 & -3 & 4\\ 3 & -3 & 4\end{bmatrix}$ and I is the corresponding unit matrix and $x\subseteq N$ then find the minimum value of $\sum(\cos^x\theta+\sin^x\theta)$, $\theta\in R$.

माना X समीकरण $A^x = I$ के हलों का समूह है, जहाँ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ तथा I संगत इकाई आव्यूह है तथा $x \subseteq N$ है, तो

$\sum(\cos^x \theta + \sin^x \theta)$, $\theta \in R$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये।

Ans. 2

Sol. $A^2 = I \Rightarrow \quad x = 2, 4, 6, ...$

$\sum(\cos^x \theta + \sin^x \theta)$

$= (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) + ...$

$= (\cot^2 \theta + \tan^2 \theta) \geq 2$

11. If A is an idempotent non zero matrix and I is an identity matrix of the same order, find the value of n, $n \in N$, such that $(A + I)^n = I + 127A$.

यदि A अशून्य वर्गसम (idempotent) आव्यूह है तथा I समान कोटि का इकाई आव्यूह है तो n ($n \in N$) का मान ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार है कि $(A + I)^n = I + 127A$ है।

Ans. n = 7

Sol. ${}^nC_1 + {}^nC_2 + ...+{}^nC_n + 127$

$\Rightarrow 2n - 1 = 127$

n = 7

SYMMETRIC AND SKEW SYMMETRIC MATRICES

12. Given matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ x & 2 & y \\ 1 & y & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & z \\ -3 & 2 & -3 \\ z & -3 & 1 \end{bmatrix}$ Obtain x, y and z if the matrix AB is symmetric.

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ x & 2 & y \\ 1 & y & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & z \\ -3 & 2 & -3 \\ z & -3 & 1 \end{bmatrix}$ दिये गये है x, y तथा z ज्ञात कीजिये यदि आव्यूह AB सममित है।

Ans. $\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3}, 2\sqrt{2}\right), \left(\frac{4\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3}, -2\sqrt{2}\right), (3, 3, -1)$

Sol. $AB = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ x & 2 & y \\ 1 & y & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -3 & z \\ -3 & 2 & -3 \\ z & -3 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 3-3x+3 & -3+2x-3 & z-3x+1 \\ 3x-b+y3 & -3x+6-3y & z-3y+3 \\ 3-3y+3z & -3+2y-9 & z-3y+3 \end{bmatrix}$$

$-3+2x-3 = 3x-6+yz \Rightarrow x+yz = 0$

$3-3y+3z = z-3x+1 \Rightarrow 3x-3y+2z+2 = 0$

$-3+2y-9 = z-3y+3 \Rightarrow 3-5y =$

13. $A = \begin{pmatrix} 3 & a & -1 \\ 2 & 5 & c \\ b & 8 & 2 \end{pmatrix}$ is Symmetric and $B = \begin{pmatrix} d & 3 & a \\ b-a & e & -2b-c \\ -2 & 6 & -f \end{pmatrix}$ is Skew Symmetric, then find AB.

Is AB a symmetric, Skew Symmetric or neither of them. Justify your answer.

$A = \begin{pmatrix} 3 & a & -1 \\ 2 & 5 & c \\ b & 8 & 2 \end{pmatrix}$ सममित है तथा $B = \begin{pmatrix} d & 3 & a \\ b-a & e & -2b-c \\ -2 & 6 & -f \end{pmatrix}$ विषम सममित आव्यूह है तो AB का मान ज्ञात कीजिये। क्या AB सममित है, विषम सममित है या इनमें से कोई नहीं कारण बताइये ?

Ans. AB is neither symmetric nor skew symmetric

Sol. $AB \pm BA$

14. Express the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -6 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ as a sum of a lower triangular matrix and an upper triangular matrix with zero in its leading diagonal. Also Express the matrix as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -6 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ को निम्न त्रिभुजीय आव्यूह तथा ऊपरी आव्यूह के योग के रूप में लिखिये। जिसके मुख्य विकर्ण के सभी अवयव शून्य है। आव्यूह को सममित तथा विषम सममित आव्यूहों के योगफल के रूप में भी व्यक्त कीजिये।

Ans. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -3 \\ -3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

Sol.

15. Let $A = [a_{ij}]_{3\times 3}$ be a matrix. If $A + A^T = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 4 \\ a_{21}+a_{12} & 10 & a_{23}+a_{32} \\ a_{31}+a_{13} & 4 & 8 \end{bmatrix}$ where a_{12}, a_{23} and a_{31} are the positive root of the equation $x^3 - 6x^2 + px - 8 = 0$, $p \in R$, then the value of det(A) is

[Note : A^T denotes the transpose of matrix A.]

माना $A = [a_{ij}]_{3\times 3}$ एक आव्यूह है। यदि $A + A^T = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 4 \\ a_{21}+a_{12} & 10 & a_{23}+a_{32} \\ a_{31}+a_{13} & 4 & 8 \end{bmatrix}$ जहाँ a_{12}, a_{23} तथा a_{31} समीकरण $x^3 - 6x^2 + px - 8 = 0$, $p \in R$ के धनात्मक मूल हो, तो det(A) का मान होगा –

[नोट : A^T, आव्यूह के परिवर्त को दर्शाता है।]

Ans 28

Sol. Clearly $A + A^T$ is a symmetric matrix

Also, equation $x^3 - 6x^2 + 8x - 8 = 0$ has roots a_{12}, a_{23}, a_{31}

$\therefore a_{12} + a_{23} + a_{31} = 8$

A.M. = GM. $\Rightarrow a_{12} = a_{23} = a_{31} = 2$

$$\left.\begin{aligned} a_{21}+a_{12} &= 4 \\ \therefore a_{31}+a_{13} &= 4 \\ a_{23}+a_{32} &= 4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_{21} = a_{13} = a_{23} = 2$$

and for diagonal elements.

$2a_{11} = 6$, $2a_{22} = 10$, $2a_{33} = 8$

$\Rightarrow a_{11} = 3$, $a_{22} = 5$, $a_{33} = 4$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow |A| = 3(20 - 4) - 2(8 - 4) + 2(4 - 10)$

$= 48 - 8 - 12 = 28$

ORTHOGONAL MATRIX

16. If M is a 3×3 matrix, where $M^TM = I$ and det (M) = 1, then prove that det (M – I) = 0.

यदि M कोटि 3×3 का आव्यूह है, जहाँ $M^TM = I$ और det (M) = 1 हो तो सिद्ध कीजिये कि det (M – I) = 0 है।

Ans.

Sol. $\det(M-I) = \det(M-I)^T$

$$= \det\left(M^T - I\right)$$

$$= \det\left(M^T - M^T M\right)$$

$$= \det\left(M^T\left(I - M\right)\right)$$

$$= \det M^T . \det\left(I - M\right)$$

$$= \det M . \det\left(-\left(M - I\right)\right)$$

$$= \left(-1\right)^3 \det\left(M - I\right)$$

$$\det\left(M - I\right) = -\det\left(M - I\right)$$

$$\therefore \det\left(M - I\right) = 0$$

ADJOINT OF A SQUARE MATRIX

17. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ then the trace of the matrix Adj(Adj A) is _____

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ है तो tr. [Adj(Adj A)] का मान होगा _____

Ans. 1

Sol. $|M - I| = |M - M M^T|$

$|M - I| = |M|\,|I - M|$

$\Rightarrow |M - I| = |I - M|$

$\Rightarrow \quad |M - I| = (-1)^3\,|M - I|$

$\Rightarrow |M - I| = 0$

18. If $A = \begin{bmatrix} u & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, where $(u > 0)$ and det (adj(adj A)) = $(23)^4$, then the value of u is .....

यदि $A = \begin{bmatrix} u & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, है जहां $(u > 0)$ तथा det (adj(adj A)) = $(23)^4$ हो तो u का मान होगा?

Ans. 4

Sol. $|\text{adj}(\text{adj}A)| = |A|^{(n-1)^2}$

$= |A|^{(3-1)^2}$

$= |A|^4$

$|A| = \begin{vmatrix} u & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3u + 11$

$|A| = 23$

$3u + 11 = 23$

$3u = 12$

$u = \frac{12}{3} = 4$

INVERSE OF A SQUARE MATRIX

19. Let A be a 3 × 3 matrix such that $a_{11} = a_{33} = 2$ and all the other $a_{ij} = 1$. Let $A^{-1} = xA^2 + yA + zI$ then find the value of $(x + y + z)$ where I is a unit matrix of order 3.

माना A एक (3 × 3) कोटि का आव्यूह इस प्रकार है कि $a_{11} = a_{33} = 2$ तथा सभी अन्य अवयव $a_{ij} = 1$ है। माना $A^{-1} = xA^2 + yA + zI$ है, तो $(x + y + z)$ का मान ज्ञात कीजिये। जहाँ I एक 3 कोटि का इकाई आव्यूह है।

Ans. 1

Sol. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = xA^2 + yA + zI$

$\Rightarrow xA^3 + yA^2 + zA - I = 0$

is characteristic equation of A

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1-\lambda & 1 \\ 1 & 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$\lambda^2 - 5\lambda^2 + 5\lambda - 1 = 0$

$\Rightarrow x + y + z = 1$

20. For the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 5 \\ -2 & 3 & -3 \\ 3 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ find A^{-2}.

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 5 \\ -2 & 3 & -3 \\ 3 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ के लिए A^{-2} का मान ज्ञात कीजिये।

Ans. $\begin{bmatrix} 17 & 4 & -19 \\ -10 & 0 & 13 \\ -21 & -3 & 25 \end{bmatrix}$

Sol. $A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 5 \\ -2 & 3 & -3 \\ 3 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 5 \\ -2 & 3 & -3 \\ 3 & -3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & -4 & 5 \\ -2 & 3 & -3 \\ 3 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 39 & -43 & 52 \\ -23 & 26 & -31 \\ 30 & -33 & 40 \end{bmatrix}$$

$$A^{-2} = \left(A^2\right)^{-1} = \frac{\text{adj}\left(A^2\right)}{\left|A^2\right|}$$

$$A^2 = 39(27) + 43(10) + 52(-21)$$

$$= 1$$

$$\text{adj}\left(A^2\right) = \begin{bmatrix} 17 & -10 & -21 \\ 4 & 0 & 3 \\ -19 & 13 & 25 \end{bmatrix}^T$$

$$\therefore A^{-2} = \begin{bmatrix} 17 & 4 & -19 \\ -10 & 0 & 13 \\ -21 & 3 & 25 \end{bmatrix}$$

21. If $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ then show that $F(x).\ F(y) = F(x + y)$

Hence prove that $[\ F(x)\ ]^{-1} = F(-x)$.

यदि $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सिद्ध कीजिये $F(x).\ F(y) = F(x + y)$

और सिद्ध कीजिये $[\ F(x)\ ]^{-1} = F(-x)$.

Ans.

Sol. $\Rightarrow \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos y & -\sin y & 0 \\ \sin y & \cos y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \cos(x+y) & -\sin(x+y) & 0 \\ \sin(x+y) & \cos(x+y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|f(x)| = \begin{vmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \cos x \times \cos x + \sin x \times \sin x = 1$$

$$\text{adf}(f(x)) = \begin{vmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \cos x & \sin x & 0 \\ -\sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \cos(-x) & -\sin(-x) & 0 \\ \sin(-x) & \cos(-x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$= f(-x)$

22. Let M be a 3×3 matrix satisfying $M\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, M\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ and $M\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix}$. Then the sum of the diagonal entries of M is. **[JEE-2011]**

माना कि M एक कोटि 3×3 की आव्यूह है जो $M\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, M\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ तथा $M\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix}$ को संतुष्ट करता है, तब M के विकर्ण के अवयवों का योग है। **[JEE-2011]**

Ans. 9

Sol. Let $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

then $a_{12} = -1$, $a_{11} - a_{12} = 1 \Rightarrow a_{11} = 0$, $a_{11} + a_{12} + a_{13} = 0 \Rightarrow a_{13} = 1$

$a_{22} = 2$, $a_{21} - a_{22} = 1 \Rightarrow a_{21} = 3$, $a_{21} + a_{22} + a_{23} = 0 \Rightarrow a_{23} = -5$

$a_{32} = 3$, $a_{31} - a_{32} = -1 \Rightarrow a_{31} = 2$, $a_{31} + a_{32} + a_{33} = 12 \Rightarrow a_{33} = 7$

Hence sum of diagonal of M is $= a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0 + 2 + 7 = 9$

SYSTEM OF EQUATION BY MATRIX METHOD

23. Given $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Find P such that $BPA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

दिया गया है कि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ है, तो P का मान, जो इस प्रकार है कि $BPA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ज्ञात कीजिये।

Ans. $\begin{bmatrix} -4 & 7 & -7 \\ 3 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

Sol. Here $|A| = -1$, $|B| = -1$

Now $BPA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

So, $B^{-1}BPAA^{-1} = B^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}A^{-1}$

$|P|$

$= (-1)\frac{(-1)}{I}\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$P = \begin{bmatrix} -4 & 7 & -7 \\ 3 & -5 & 5 \end{bmatrix}$$

Use matrix to solve the following system of equations (Que. no. 24 to 27).

निम्न समीकरण निकायों का हल कीजियें ।(प्रश्न संख्या 24 से 27)

24. $x + y + z = 3$
$x + 2y + 3z = 4$
$x + 4y + 9z = 6$

Ans. $x = 2, y = 1, z = 0$

Sol. Given system in matrix equation is,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$A = B$

Argumentes matrix [A, B]

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_2 \to R_2 - R_1 \\ R_3 \to R_3 - R_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} R_3 \to R_3 - 3R_2$$

Writing it in echelon form,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$x + y + 2 = 3$ _____(1)

$y + 2z = 1$ _____(2)

$2z = 0 \quad \Rightarrow z = 0$

$z = 0$ in _____(2)

$\Rightarrow y = 1$

$z = 0, y = 1$ in _____(1)

$x = 2, y \geq 1, 2 = 0$

$x = k = 2; y, n = 1, z > n = 0$

$(k \times m) - n \Rightarrow (2 \times 1) - 0 \quad \Rightarrow 2$

$\therefore 2$

25. $x + y + z = 6$
$x - y + z = 2$
$2x + y - z = 1$

Ans. $x = 1, y = 2, z = 3;$

Sol. We have,

$x + y + z = 6, x - y + z = 2, 2x + y - z = 1$

Thus $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

$X = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$

Now solve A to get A = 6

Now $x = \dfrac{A_X}{A} = \dfrac{\begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}}$

$$y = \frac{A_y}{A} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{12}{6} = 2$$

$$z = \frac{A_z}{A} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{18}{6} = 3$$

Thus $x = 1, y = 2, z = 3$

26. $x + y + z = 3$
$x + 2y + 3z = 4$
$2x + 3y + 4z = 7$

Ans. $x = 2+k, y = 1 - 2k, z = k$ where $k \in R$;

Sol. Given system of equations can be written as $AX = B$

where $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

Here, $|A| = 0$

Now, we will find (adjA)B

$$\text{adj}\,A = C^T = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$\Rightarrow \text{adj}A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Now, (adjA)B} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (\text{adjA})B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (\text{adjA})B = 0$$

Hence, the system of equations has infinitely many solutions.

Let $z = k$ where $k \in R$

Then

$x + y = 3 - k$

$x + 2y = 4 - 3k$

Solving these eqns, we get

$y = 1 - 2k$; $x = 2 + k$

27. $x + y + z = 3$
$x + 2y + 3z = 4$
$2x + 3y + 4z = 9$

Ans. inconsistent, hence no solution

Sol. $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 1(8-9) - 1(4-6) + 1(3-4)$

$= -1 + 2 - 1 = 0$

COMPREHENSION TYPE QUESTIONS

Paragraph for Question ns. 28 to 30

Let A and B are two matrices of same order i.e. where $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & K & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

माना A तथा B दो समान कोटि के मैट्रिक्स है जहाँ $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & K & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

28. If A is singular matrix then tr (A + B) is equal to :

यदि A एक अव्युत्क्रमणीय मैट्रिक्स है, तो tr (A + B) का मान है :

(A) 5 (B) 3 (C) 4 (D) 6

Ans. B

Sol. $|A| = 0$

$k - 10 + 3(2 - 20) + 2(4 - 4k) = 0$

$k - 10 - 54 + 8 - 8k = 0$

$7k = -56$

$k = -8$

$fr(A + B) = -6 + 9 = 3$

29. If K = 2 then tr (AB) + tr (BA) is equal to :

यदि K = 2 है, तो tr (AB) + tr (BA) का मान है :

(A) 66 (B) 42 (C) 84 (D) 63

Ans. C

Sol. $AB = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

$$=\begin{bmatrix} -4 & - & - \\ - & 21 & - \\ - & - & 25 \end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 16 & - & - \\ - & 0 & - \\ - & - & 26 \end{bmatrix}$$

tr(AB) + tr(BA) = 42 + 42 = 84

30. If C = A – B and tr (C) = 0 then K is equal to :

यदि C = A – B तथा tr (C) = 0 है, तो K का मान है :

(A) 5 (B) –5 (C) 7 (D) –7

Ans. C

Sol. $C=\begin{bmatrix} -1 & -4 & -1 \\ -2 & k-2 & 1 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}$

tr(C) = 0

–7 + k = 0

k = 7

Paragraph for Question ns. 31 to 33

Find the rank of the following matrices

निम्न आव्यूह की कोटि (Rank) ज्ञात कीजिए।

31. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 6 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Ans. D

Sol. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 6 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}=-42+9+15\neq 0$

Hence rank = 3

32. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -7 & 4 \end{bmatrix}$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Ans. C

Sol. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -7 & 4 \end{bmatrix} R_3 \to R_3 + 2R_1 - R_2$

$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Hence rank = 2

33. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & -9 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Ans. C

Sol. $R_4 \to R_4 - R_1 - R_2$

$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & -9 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$R_3 \to R_3 - R_1$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ -2 & -8 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_2 \to R_2 + 2R_3$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -8 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Hence rank = 2

Paragraph for Question nos. 34 to 36

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, U_1, U_2 and U_3 are columns matrices satisfying. $AU_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $AU_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$, $AU_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ and U is 3×3 matrix whose columns are U_1, U_2, U_3 then answer the following questions

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, U_1, U_2 तथा U_3 तथा स्तम्भ आव्यूह $AU_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $AU_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$, $AU_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ तथा U 3×3 का आव्यूह है जिसके स्तम्भ U_1, U_2, U_3 हो, तो निम्न प्रश्नों के उतर दीजिए।

34. The value of | U | is :

| U | का मान होगा :

(A) 3 (B) – 3 (C) 3/2 (D) 2

Ans. A

Sol. Let $U_1 = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ then $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ 2a+b \\ 3a+2b+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow$ a = 1, b = – 2, c = 1

$\therefore \quad U_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ Similarly, $U_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}$, $U_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$

$\therefore \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 1 & -4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \quad |U| = 3$

35. The sum of elements of U^{-1} is :

U^{-1} के अवयवों का योग है :

(A) – 1 (B) 0 (C) 1 (D) 3

Ans. B

Sol. $U^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ -7 & -5 & -3 \\ 9 & 6 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow$ Sum of the elements (अवयवों का योगफल) = 0

36. The value of $[3 \;\; 2 \;\; 0]U\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ is :

$[3 \;\; 2 \;\; 0]U\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ का मान होगा :

(A) 5 (B) 5/2 (C) 4 (D) 3/2

Ans. A

Sol. $[3 \;\; 2 \;\; 0]\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 1 & -4 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = [3 \;\; 2 \;\; 0]\begin{bmatrix} 7 \\ -8 \\ -5 \end{bmatrix} = [5]$

ONE OR MORE THAN ONE CORRECT TYPE QUESTIONS

37. If AB = A and BA = B, then :

यदि AB = A और BA = B, तब :

(A) $A^2B = A^2$ (B) $B^2A = B^2$ (C) ABA = A (D) BAB = B

Ans. ABCD

Sol. We have $A^2B = A(AB) = AA = A^2$, $B^2A = B(BA) = BB = B^2$,

$ABA = A(BA) = AB = A$, and $BAB = B(AB) = BA = B$

38. A square matrix A with elements from the set of real numbers is said to be orthogonal if $A' = A^{-1}$. If A is an orthogonal matrix, then :

(A) A' is orthogonal (B) A^{-1} is orthogonal (C) $A\delta\varphi A = A'$ (D) $|A^{-1}| = 1$

एक वर्ग आव्यूह A जिसके अवयव वास्तविक संख्याओं के समुच्चय से बने हैं, लाम्बिक होगा यदि $A' = A^{-1}$. यदि A लाम्बिक आव्यूह है, r ks

(A) । ′ लाम्बिक होगा (B) $।^{-1}$ लाम्बिक होगा (C) $A\delta\varphi A = A'$ (D) $|A^{-1}| = 1$

Ans. AB

Sol. $A^{-1}A = I \Leftrightarrow A'A = I \Leftrightarrow (A')'A' = I \Rightarrow A'$ is orthogonal

Also, $(A^{-1})' = (A')^{-1} = (A^{-1})^{-1} = A = A$

$\Rightarrow$ $A^{-1}(A^{-1})' = I$

$\therefore$ A^{-1} is orthogonal

Next, $AA' = I \Rightarrow |AA'| = 1 \Rightarrow |A|\,|A'| = 1$

$\Rightarrow$ $|A|^2 = 1 \Rightarrow |A| = \pm 1$.

As $A\delta\varphi A = |A|\,A^{-1} = |A|\,A'$, we cannot say, Adj. $A = A'$

Also, if $|A| = 1$, then $|A^{-1}| \neq -1$

39. If A and B are two 3×3 matrices such that their product AB is a null matrix then :

(A) det. $A \neq 0 \Rightarrow$ B must be a null matrix

(B) det. $B \neq 0 \Rightarrow$ A must be a null matrix

(C) If none of A and B are null matrices then atleast one of the two matrices must be singular

(D) If neither det. A nor det. B is zero then the given statement is not possible

यदि A और B दो (3×3) कोटि के आव्यूह इस प्रकार है कि उनका गुणनफल AB शून्य आव्यूह है तो :

(A) कमज। $\neq 0 \Rightarrow$ B शून्य आव्यूह होना चाहिए

(B) कमजठ $\neq 0 \Rightarrow$ A शून्य आव्यूह होना चाहिए

(C) यदि A तथा B शून्य आव्यूह है तो दोनों आव्यूह में से कम से कम एक अव्युत्क्रमणीय होगा

(D) यदि न तो det. A ना हीं det. B शून्य है तो दिया गया कथन सम्भव नहीं है

Ans. ABCD

Sol. AB = O

$\therefore$ $|AB| = 0$ $\Rightarrow$ $|A|\,|B| = 0$

$\therefore$ $\det A \neq 0$

$\therefore$ A^{-1} exist

$\therefore$ $A^{-1}(AB) = A^{-1}(0) = 0$

$IB = 0$